الملخص

في هذه الرسالة درسنا الجوانب النظرية و الحسابية الى أربعة أنواع من أساليب upwind لحل مسألة الحمل(الانتقال)- الانتشار- التفاعل (رد الفعل)عندما يكون حد الانتقال(convection term) مسيطراً(مهيمناً) على الحدود الأخرى (حيث عدد بكلت (Peclet number) يكون كبير(أكبر من 1 بكثير)) مما يتطلب أساليب ذات استقراريه خاصة للحصول على نتائج عددية ذات معنى تؤدي الى تخفيض أو أزاله بالكامل للتذبذبات العددية الناتجة من هذه الهيمنة, وبرهنا عند اشتقاق تخمين الخطأ لكل الأساليب التي درست في هذه الرسالة أن الخطأ هو من الرتبة

$$O\left(\Delta t + h^{k+1} + \left\|u^0 - U^0\right\|\right)$$

QUOTE $O\left(\Delta t + h^{k+1} + \left\|u^0 - U^0\right\|\right)$ QUOTE حيث h h يمثل خطوة المكان و k k يمثل أكبر رتبة لمتعددة حدود التعديل و Δt Δt تمثل خطوة الزمن.

في العديد من الأساليب التطبيقية من المهم ضمان ان الحل التقريبي يحقق ما يسمى بالمبدأ الأعظم المنفصل (discrete maximum principle (DMP)) لذا تم دراسته واشتقاقه.

أيضاً تم تطبيق الأساليب الأربعة عددياً لمسألتنا النموذجية وبعد ذلك قارنا النتائج العددية لأساليب upwind مع طريقة Galerkin للعناصر المحددة.

Abstract

In this present thesis we study the theoretical and computational aspects to four types of upwind finite elements schemes for the convection-diffusion-reaction (CDR) problem when the convection term is dominated (Peclet number is high(>>1)) which require special stabilization schemes to obtain full of meaning numerical results when the numerical oscillations are reduce or completely eliminate.

We derive optimal convergence rates in particular we prove an error estimate of order QUOTE $O\left(\Delta t + h^{k+1} + \left\|u^0 - U^0\right\|\right)$ QUOTE $O\left(\Delta t + h^{k+1} + \left\|u^0 - U^0\right\|\right)$ for all schemes which presents in this thesis where QUOTE h h represent mesh size, QUOTE k k represent maximum order of interpolation polynomial and QUOTE Δt Δt represent time step. In many applications it is important to design approximation methods collateral that the discrete satisfies the maximum principle.

We also consider the perform numerical implementation for our model problem and then compare the numerical results of upwind schemes with Galerkin finite elements method.