الملخص

في هذه الرسالة، درسنا أولاً متتابعات جديدة QUOTE $(M_n)_1(f,q;x)$ $(M_n)_1(f,q;x)$ من مؤثرات خطية موجبة من المؤثر q-Szãsz لتقريب الدالة في فضاء دوال أسية. وقدمنا بعض النتائج المباشرة لهذه المؤثرات ثم بيّنا أنّ المؤثرات QUOTE $(M_n)_1(f,q;x)$ $(M_n)_1(f,q;x)$ متقاربة إلى الدالة المستخدمة في التقريب عندما QUOTE $n\to\infty$ $n\to\infty$. و أثبتنا الصيغ المشابهه لصيغ ڤورونوڤسكيا للتقارب (Voronovskaja-type asymptotic formulas) لهذه المؤثرات.

ثانيا، قدمنا ودرسنا متتابعات جديدة QUOTE $(M_n)_2(f,q_n;x)$ $(M_n)_2(f,q_n;x)$ من مؤثرات خطية موجبة من المؤثر q-Szãsz حيث QUOTE q_n q_n متتابعة اعداد موجبة و QUOTE $q_n\to 1$ $q_n\to 1$ عندما QUOTE $n\to\infty$ $n\to\infty$. ثم بيّنا أنّ هذه المؤثرات متقاربة للدالة QUOTE $f(x)$ $f(x)$ عندما QUOTE $n\to\infty$ $n\to\infty$. وبعد ذلك أثبتنا الصيغ المشابهه لصيغ ڤورونوڤسكيا للتقارب لها.

بعد ذلك قدمنا تعميمين للمؤثرات QUOTE $(M_n)_2(f,q_n;x)$ $(M_n)_2(f,q_n;x)$ ورمزنا لهما بالرمزين QUOTE $(L_n)_\lambda(f,q_n;x)$ $(L_n)_\lambda(f,q_n;x)$ حيث QUOTE $\lambda=1{,}2$ $\lambda=1{,}2$. ثم بيّنا أنّ المؤثرات QUOTE $(L_n)_\lambda(f,q_n;x)$ $(L_n)_\lambda(f,q_n;x)$ متقاربة للدالة QUOTE $f(x)$ $f(x)$ عندما QUOTE $n\to\infty$ $n\to\infty$. وأيضاً خمنا الصيغ المشابهه لصيغ ڤورونوڤسكيا للتقارب لهذه المؤثرات.

وأخيرا، قدمنا تحسين QUOTE $(M_n)_3(f,q_n;x)$ $(M_n)_3(f,q_n;x)$ من نوع مجموع-تكامل للمؤثرات QUOTE $(M_n)_2(f,q_n;x)$ $(M_n)_2(f,q_n;x)$ لتقريب دوال مقيدة وقابلة للتكامل على الفترة QUOTE $[0,\infty)$ $[0,\infty)$. ثم أثبتنا أنّ المؤثرات QUOTE $(M_n)_3(f,q_n;x)$ $(M_n)_3(f,q_n;x)$ متقاربة إلى الدالة المستخدمة في التقريب عندما QUOTE $n\to\infty$ $n\to\infty$. وكذلك أثبتنا الصيغ المشابهه لصيغ ڤورونوڤسكيا للتقارب لها.

Abstract

In this thesis, we firstly study new sequences of linear positive operators QUOTE $(M_n)_1(f,q;x)$ $(M_n)_1(f,q;x)$ of q-Szãsz Mirakjan to approximate a function that belongs to the space of exponential growth. We introduce some direct results for these operators and then we show that the operators QUOTE $(M_n)_1(f,q;x)$ $(M_n)_1(f,q;x)$ converge to the function being approximated as QUOTE $n\to\infty$ $n\to\infty$. Next, we prove the Voronovskaja-type asymptotic formulas for these operators.

Secondly, we introduce and study sequences of linear positive operators QUOTE $(M_n)_2(f,q_n;x)$ $(M_n)_2(f,q_n;x)$ of q-Szãsz Mirakjan operators where QUOTE q_n q_n is a sequence of positive numbers and QUOTE $q_n\to 1$ $q_n\to 1$ as QUOTE $n\to\infty$ $n\to\infty$. We show that

the operators QUOTE $(M_n)_2(f,q_n;x)$ $(M_n)_2(f,q_n;x)$ converge to the function QUOTE $f(x)$ $f(x)$ as QUOTE $n\to\infty$ $n\to\infty$. Next, we prove the Voronovskaja-type asymptotic formulas for these operators.

Further , we introduce two generalizations for the sequence of operators QUOTE $(M_n)_2(f,q_n;x)$ $(M_n)_2(f,q_n;x)$ denoted by QUOTE $(L_n)_\lambda(f,q_n;x)$ $(L_n)_\lambda(f,q_n;x)$, where QUOTE $\lambda=1,2$ $\lambda=1,2$. We show that the operators QUOTE $(L_n)_\lambda(f,q_n;x)$ $(L_n)_\lambda(f,q_n;x)$ converge to the function QUOTE $f(x)$ $f(x)$ as QUOTE $n\to\infty.$ $n\to\infty.$ Also we estimate the Voronovskaja-type asymptotic formulas for these operators.

Finally, we introduce a modification QUOTE $(M_n)_3(f,q_n;x),$ $(M_n)_3(f,q_n;x),$ of summation-integral type operators of the operators QUOTE $(M_n)_2(f,q_n;x)$ $(M_n)_2(f,q_n;x)$ to approximate bounded integrable functions on the interval QUOTE $[0,\infty)$ $[0,\infty)$. Then we prove that the operators QUOTE $(M_n)_3(f,q_n;x),$ $(M_n)_3(f,q_n;x),$ are approximation for the functions being approximated as QUOTE $n\to\infty$ $n\to\infty$. Also, we prove the Voronovskaja-type asymptotic formula for these operators.