

## المخلص

إن معادلة برغر الثنائية ذات البعدين هي نموذج رياضي لوصف أنواع مختلفة من الظواهر مثل الاضطراب والسائل اللزج. في هذه الرسالة استخدمنا طريقتي كالركن وكالركن المحافظة للعناصر المحددة لحل هذه المسألة باستخدام صيغة التقطيع الكلي مع متغير الزمن لصيغة اويلر الخلفية. أثبتت البراهين النظرية بأن تخمين الخطأ للطريقتين هو من الرتبة QUOTE  $O(h, k)$   $O(h, k)$  ، اختير مثال عددي لتوضيح هذه الطرق ومقارنة النتائج العددية مع الحل المضبوط.

إن معادلة برغر الثنائية اللزجة هي مثال للمعادلة التي يكون فيها تقريب كالركن وكالركن المحافظة للعناصر المحددة غير مستقر لحالة سيطرة الحمل. لتحسين الحل العددي استخدمنا طريقة الانتشار الاصطناعي الكلاسيكي. برهنا تخمين الخطأ لهذه الطريقتين فكانت من الرتبة QUOTE  $O(h, k)$   $O(h, k)$  . وقورن الحل العددي المحسن مع الحل المضبوط.

## Abstract

The coupled Burgers' equation in two dimensions is a mathematical model to describe various kinds of phenomena such as turbulence and viscous fluid. In this thesis, the Galerkin and Galerkin QUOTE - - Conservation finite element methods are used to handle such problem. The fully discrete formulation with the backward Euler QUOTE - - Galerkin and Galerkin QUOTE - - Conservation schemes for time variable are considered. The theoretical evidence proved that the error estimate of these methods are of order QUOTE  $O(h, k)$ .  $O(h, k)$ . A numerical example is tested to illustrate these schemes and the numerical results are compared with the exact solution.

The viscous coupled Burgers' equation is an example of an equation that has unstable Galerkin and Galerkin QUOTE - - Conservation finite element approximations for the convection-dominated case. To enhance the numerical solution we use the classical artificial diffusion method. The theoretical evidence proved that the error estimate of these methods are of order QUOTE  $O(h, k)$   $O(h, k)$  and the modified numerical solution are compared with the exact solution.